

## Técnicas de modelado reducido

**CRÉDITOS:** 6

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** Fernando Varas Mérida (fernando.varas@upm.es)

**UNIVERSIDAD DESDE LA QUE IMPARTE EL PROFESOR COORDINADOR:** UPM

**¿HA DADO O VA A DAR AUTORIZACIÓN PARA GRABAR LAS CLASES DE ESTA ASIGNATURA?**  
Sí

**PROFESOR 1:** Soledad LeClainche Martínez (soledad.leclainche@upm.es)

**UNIVERSIDAD DESDE LA QUE IMPARTE EL PROFESOR/A:** UPM

**¿HA DADO O VA A DAR AUTORIZACIÓN PARA GRABAR LAS CLASES DE ESTA ASIGNATURA?**  
Sí

**PROFESOR 2:** Filippo Terragni (fterragn@ing.uc3m.es)

**UNIVERSIDAD DESDE LA QUE IMPARTE EL PROFESOR/A:** UC3M

**¿HA DADO O VA A DAR AUTORIZACIÓN PARA GRABAR LAS CLASES DE ESTA ASIGNATURA?**  
Sí

**CONTENIDOS:**

De modo vago, se denominan modelos de orden reducido a aquellos modelos que, utilizando información previa de los sistemas que se quieren modelar, son capaces de

simular estos sistemas en tiempos muy cortos y con una alta fidelidad. Esta característica permitirá el uso de dichos modelos en aplicaciones de realidad virtual, en métodos de control avanzado o en la optimización del diseño de sistemas complejos. La asignatura cubre una presentación general de algunas de las principales técnicas para la elaboración de modelos de orden reducido.

## 1. Introducción

Limitaciones de la simulación numérica en aplicaciones con fuertes restricciones en tiempos de cálculo. Idea general de los modelos reducidos. Modelos basados en datos y modelos basados en física. Algunos ejemplos de aplicación. Modelos de orden reducido y aprendizaje automático.

## 2. Modelos reducidos basados puramente en datos

Descomposición ortogonal propia (POD) y descomposición en valores singulares (SVD). Compresión e interpolación en bases de datos bidimensionales con SVD. Extensión de SVD para tensores de dimensión superior: HOSVD. Tratamiento de base de datos con dimensión alta usando HOSVD. Técnica 'gappy-POD' y reparación de bases de datos con entradas erróneas. Aplicación de técnicas POD para el muestreo de campos distribuidos usando bases de datos. Ilustración mediante ejemplos y aplicaciones. Otras técnicas de interpolación para datos no estructurados.

## 3. Modelos reducidos basados en la proyección del modelo físico

Modelos reducidos obtenidos mediante técnicas de proyección del modelos físico. Proyección de Galerkin y otros tipos de proyección; tratamiento de los términos no lineales. Modelos reducidos de tipo pre-procesado para problemas de evolución basados en técnicas de proyección. Algunas ideas sobre modelos reducidos de tipo adaptativo basados en técnicas de proyección. Ilustración mediante ejemplos y aplicaciones.

## 4. Modelos reducidos basados en la identificación de patrones espacio-temporales

Limitaciones de técnicas basadas en variantes de descomposición en modos de Fourier, tales como FFT, PSD y Laskar. Descomposición en modos dinámicos (DMD), y extensiones tales como DMD optimizado. Relación con la teoría de observabilidad de Koopman. Complejidades espacial y espectral; limitaciones de los métodos anteriores. DMD de alto orden (HODMD) y HODMD iterado; extrapolación de datos y limpieza de bases de datos experimentales. Descomposición espacio-temporal de Koopman. Extracción de patrones espacio-temporales e identificación de ondas de tipo standing y viajeras. Uso de estas técnicas para construir modelos reducidos basados solo en datos. Ilustración mediante ejemplos y aplicaciones.

---

## **METODOLOGÍA**

Las sesiones del curso tratarán de combinar las ideas esenciales detrás de las técnicas presentadas y los aspectos prácticos de su aplicación. Para ello, se emplearán ejemplos sencillos y se facilitarán herramientas simples (empleando códigos de MATLAB o Python desde los que se pueda fácilmente llamar a los modelos completos cuya resolución se trata de acelerar). Se proporcionarán códigos de todas las herramientas descritas en el curso.

Para la evaluación continua, se dividirá al alumnado en grupos de no más de cuatro alumnos. Se propondrán tres problemas relacionados con los temas 2,3 y 4, que deberán resolverse a lo largo del curso.

---

**IDIOMA:** Se adaptará en función del auditorio.

---

**¿SE REQUIERE PRESENCIALIDAD PARA ASISTIR A LAS CLASES?** Videoconferencia

---

## **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

T.G. Kolda, B.W. Bader; Tensor decompositions and applications. *SIAM Review*, 51 (2009) pp. 455-500.

J.N. Kutz; *Data-driven Modeling & Scientific Computation*. Oxford University Press, 2003.

A. Quarteroni, A. Manzoni, F. Negri; *Reduced Basis Methods for Partial Differential Equations. An Introduction*. Springer, 2016.

P.J. Schmid; Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656 (2010) pp. 5-28.

G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press. 5th Edition 2016.

## **BIBLIOGRAFÍA AUXILIAR**

P. Benner, S. Gugercin, K. Willcox; A survey of projection-based model reduction methods for parametric dynamical systems. *SIAM Review* 57(4) (2015) 483-531.

T. Bui-Thanh; Proper orthogonal decomposition extensions and their applications in steady aerodynamics. MSc thesis. Massachusetts Institute of Technology (2003).

---

A. Chatterjee; An introduction to the proper orthogonal decomposition. Current. Science, 78 (2000) pp. 808-817

R. Everson, L. Sirovich; Karhunen–Loeve procedure for gappy data J. Opt. Soc. Am. A, 12 (1995), pp. 1657-1664

J.N. Kutz, S.L Brunton, B.W. Brunton, J.L. Proctor; Dynamic Mode Decomposition. SIAM, 2016.

S. LeClainche, J.M. Vega; Analyzing Nonlinear Dynamics via Data-Driven Dynamic Mode Decomposition-Like Methods. Complexity (2018) article ID 6920783.

B.R. Noack, M. Morzynski, G. Tadmor (Eds); Reduced-Order Modelling for Flow Control. Springer, 2011.

A. Quarteroni, G. Rozza (Eds.); Reduced Order Methods for Modeling and Computational Reduction. Springer, 2014.

---

## COMPETENCIAS

### Básicas y generales:

CG1 Poseer conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación, sabiendo traducir necesidades industriales en términos de proyectos de I+D+i en el campo de la Matemática Industrial;

CG2 Saber aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios, incluyendo la capacidad de integrarse en equipos multidisciplinares de I+D+i en el entorno empresarial;

CG4 Saber comunicar las conclusiones, junto con los conocimientos y razones últimas que las sustentan, a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades;

CG5 Poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo, y poder emprender con éxito estudios de doctorado.

### Específicas:

CE1: Alcanzar un conocimiento básico en un área de Ingeniería/Ciencias Aplicadas, como punto de partida para un adecuado modelado matemático, tanto en contextos bien establecidos como en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios y multidisciplinares.

---

CE2: Modelar ingredientes específicos y realizar las simplificaciones adecuadas en el modelo que faciliten su tratamiento numérico, manteniendo el grado de precisión, de acuerdo con requisitos previamente establecidos.

CE5: Ser capaz de validar e interpretar los resultados obtenidos, comparando con visualizaciones, medidas experimentales y/o requisitos funcionales del correspondiente sistema físico/de ingeniería.

De especialidad "Modelización":

CM2: Saber modelar elementos y sistemas complejos o en campos poco establecidos, que conduzcan a problemas bien planteados/formulados.

---

**¿SE VA A USAR ALGÚN TIPO DE PLATAFORMA VIRTUAL?** Si, plataforma Moodle de UPM.

---

**¿SE NECESITA ALGÚN SOFTWARE ESPECÍFICO?** Sí. MATLAB y algún otro software, dependiendo del proyecto que se realice. En todo caso, el profesorado se encargará de que los alumnos cuenten con acceso al software necesario.

---

**CRITERIOS PARA LA 1ª OPORTUNIDAD DE EVALUACIÓN:**

Informe de cada grupo y presentación de quince minutos por un miembro del grupo seleccionado por los profesores, seguido de otros quince minutos de preguntas a todos los miembros del grupo. Se califican tres conceptos: informe, presentación y preguntas. Naturalmente, se dará la oportunidad de realizar un examen final a quienes no hayan superado la evaluación anterior.

---

**CRITERIOS PARA LA 2ª OPORTUNIDAD DE EVALUACIÓN:**

Mismos criterios que en la 1ª oportunidad.

---