

# COMPLEMENTOS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

## Cálculo científico con Matlab

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad Politécnica de Madrid

**CRÉDITOS:** 6 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** CARLOS MARTEL ESCOBAR (carlos.martel@upm.es)

**CONTENIDOS:**

Se pretende conseguir introducir al alumno en técnicas de cálculo científico avanzado útiles en distintas ramas científicas y de ingeniería. Se usará el programa MATLAB para poder aplicar de manera inmediata los métodos que se explican a ejemplos prácticos (es necesario para ello que el alumno esté familiarizado con el manejo a nivel básico del MATLAB). Los temas que se tratarán son, de manera esquemática, los siguientes:

- 1) Sistemas de Ecuaciones no lineales: Método de Newton, Continuación de Soluciones.
- 2) EDOs: Problemas de contorno. Método de disparo. Continuación de soluciones estacionarias. Continuación de soluciones periódicas.
- 3) Matrices "sparse". Definición y Operaciones. Factorización. Reordenamientos. Discretización de EDPs.
- 4) FFT. Definición, Métodos espectrales aplicados a EDPs.
- 5) Visualización avanzada: Gráficos 3D, Animaciones.

**METODOLOGÍA:**

El curso se imparte en sesiones presenciales de 1.5 horas en las que cada alumno debe disponer de un ordenador con MATLAB con el que ensayar (programar) sobre la marcha los contenidos que va presentando el profesor. Es esencial por tanto para este curso que el alumno domine el manejo del MATLAB a nivel básico

**EVALUACIÓN:**

Actividad durante las clases y presentación de 3 trabajos en grupo.

**BIBLIOGRAFÍA:**

C.G. Canuto, M.Y. Hussaini, A.M. Quarteroni, Th. A. Zang, "Spectral Methods in Fluid Mechanics", Springer-Verlag, 1990.

H.B. Keller, "Numerical Solution of Two Point Boundary Value Problems", CBMS-NSF, Regional Conference Series in Applied Mathematics", 1990.

Y.A. Kuznetsov, "Elements of Applied Bifurcation Theory", Applied Mathematical Sciences 112, Springer-Verlag, 2004.

T.S. Parker & L.O. Chua, "Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems", Springer-Verlag, 1989.

"Using MATLAB", The MathWorks Inc., <http://www.mathworks.com>

**VIDEOAPUNTES:** No

**PLATAFORMA:** Si

**SOFTWARE:** Si

## Métodos Numéricos Estocásticos

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad de A Coruña

**CRÉDITOS:** 6 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** Carlos Vázquez Cendón (carlosv@udc.es)

**CONTENIDOS:**

1. Introducción a los procesos estocásticos
2. Métodos de Monte Carlo
3. Cálculo de Ito
4. Ecuaciones diferenciales estocásticas
5. Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales estocásticas

**METODOLOGÍA:**

Los contenidos se expondrán mediante lección magistral durante un 75% de las horas de la asignatura, incluyendo la explicación de conceptos, resultados y ejemplos de aplicaciones de los mismos. El 25% restante se dedicará a la realización de ejercicios, implementación de métodos en ordenador y prácticas de aplicación en distintas disciplinas, con especial incidencia en finanzas.

**EVALUACIÓN:**

Al menos el 50% de la calificación corresponde a un examen a realizar en la fecha prevista para ello en el calendario escolar. El resto de la calificación tiene en cuenta la resolución de ejercicios y prácticas propuestas durante el desarrollo de la asignatura.

**BIBLIOGRAFÍA:**

P. Glasserman, Monte Carlo methods in financial engineering, Springer, 2004

P. Kloeden, E. Platen, Numerical solution of stochastic differential equations, Springer, 1992

T. Mikosh, Elementary stochastic calculus with finance in view, World Scientific, 1998

B.Oksendal, Stochastic differential equations. An introduction with applications, Universitext, Springer, 5ª Edición, Springer, 1998

**VIDEOAPUNTES:** Si

**PLATAFORMA:** No

**SOFTWARE:** Si

## Ampliación de Volúmenes Finitos

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad de Santiago de Compostela

**CRÉDITOS:** 3 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** M. Elena Vázquez Cendón ([elena.vazquez.cendon@usc.es](mailto:elena.vazquez.cendon@usc.es))

**CONTENIDOS:**

Tema 1: Generalidades de los sistemas de leyes de conservación hiperbólicas

- Conceptos básicos y ejemplos de interés medioambiental e industrial
- Tipos de soluciones: clásicas, débiles y entrópicas.
- El problema de Riemann
- Aplicaciones

Tema 2: Método de volúmenes finitos

2.1 Resolución de problemas hiperbólicos lineales unidimensionales

- Conceptos básicos
- Esquemas descentrados
- Método de Godunov
- Condiciones de Estabilidad
- Aplicaciones

2.2 Resolución de problemas hiperbólicos no lineales unidimensionales

- Esquemas conservativos
- Esquemas descentrados
- Teorema de Lax-Wendroff
- Método de Godunov
- Resolventes de Riemann aproximadas
- Técnicas de descomposición del flujo
- Esquemas conservativos para leyes de conservación generalizadas
- Esquemas monótonos y de variación total decreciente

- Esquemas consistentes con la condición de entropía
- Aplicaciones

### 2.3 Resolución de problemas hiperbólicos problemas bidimensionales

- Método de las direcciones alternadas
- Definición de volúmenes finitos en mallas non estructuradas
- Esquemas conservativos
- Esquemas conservativos para leyes de conservación generalizadas
- Aplicaciones

### **METODOLOGÍA:**

A los/as estudiantes se les facilitarán los apuntes básicos de la materia conteniendo ejercicios propuestos, la bibliografía indicada y además los sitios web con documentación complementaria.

En las clases teóricas se hará una presentación de los contenidos proponiendo ejercicios sobre los métodos y modelos matemáticos a los que se aplicarán.

En las clases prácticas se resolverán los ejercicios con la participación activa de los estudiantes y se definirán las prácticas a implementar en el ordenador. Estas clases tratarán de profundizar en la comprensión de los métodos que se aplicarán a la resolución numérica de problemas, incidiendo en la validación de los resultados mediante soluciones analíticas y/o experimentales, si es posible.

Se fomentará el trabajo en equipo y las presentaciones en grupo e individuales de los ejercicios propuestos, en la medida en que la tecnología en los distintos campus lo permitan.

### **EVALUACIÓN:**

Se propondrán ejercicios y prácticas que serán presentados y evaluados contribuyendo al 50% de la calificación máxima. Se realizará también un examen donde los estudiantes podrán emplear algún material de consulta que supondrá el restante 50% de la calificación final.

### **BIBLIOGRAFÍA:**

B. van Leer. Towards the ultimate conservative difference schemes III. Upstream-centered difference schemes for ideal compressible flow. J. Comput. Phys., 23, 263-275. 1977.

S.K. Godunov. Ecuaciones de la Física Matemática. URSS. 1978

A. Harten, P. Lax e van Leer. On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. SIAM Rev., 25, 35-61. 1983

R. LeVeque. Numerical Methods for Conservation Laws. Basel. 1990.

R. LeVeque. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press. 2002.

E. Gowlewski e P.A. Raviart. Numerical Approximation for Hyperbolic Systems of Conservation laws, volume 118 of Applied Mathematic Sciences Springer, 1996.

E. F. Toro. Riemann solvers and Numerical Methods for fluids dynamics: a practical introduction. Springer-Verlag; Berlin, 3rd ed. 2009.

E. F. Toro. Shock-capturing methods for free-surface shallow flows. John Wiley & Sons. 2001.

M. E. Vázquez-Cendón. Introducción al Método de Volúmenes Finitos. Colección de Manuais Universitarios. Servizo de Publicacións da Universidad de Santiago de Compostela. 2008.

**VIDEOAPUNTES:** Si

**PLATAFORMA:** Si

**SOFTWARE:** Si

## Métodos Numéricos para Grandes Sistemas de Ecuaciones

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad de A Coruña

**CRÉDITOS:** 3 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** José Jesús Cendán Verdes (jesus.cendan.verdes@udc.es)

**CONTENIDOS:**

Tema 1: Formatos de almacenamiento de matrices huecas en el ordenador

- Almacenamientos perfil, CSR, CSC y aleatorio. Elección del formato.

Tema 2: Resolución numérica de grandes sistemas de ecuaciones lineales. Métodos de descenso: el método de gradiente conjugado (CG).

- Los métodos CGNR y CGNE. Métodos de Krylov. Técnicas de preconditionamiento.

Tema 3: Resolución numérica de grandes sistemas de ecuaciones no lineales.

- Revisión del método de Newton. Estrategias para la convergencia global.
- Métodos de Newton-Krylov. Método de Broyden.

Tema 4: Aproximación numérica de autovalores y autovectores.

- Localización de autovalores. Condicionamiento de un problema de autovalores.
- Métodos de la potencia. Iteración del cociente de Rayleigh. El método QR. Divide y vencerás

**METODOLOGÍA:**

Los métodos numéricos fundamentales se presentarán mediante lección magistral.

Se propondrán trabajos a los alumnos sobre modificaciones de dichos métodos que puedan ser de interés en algunos casos significativos. Dichos trabajos serán presentados en clase. Se dedicará un 66% a clases teóricas, que incluyen las lecciones magistrales, las presentaciones de trabajos de índole teórica y los exámenes.

Por otra parte, se dedicará un 33% horas a clases prácticas, en las que los alumnos resolverán diferentes tipos de problemas con ayuda del ordenador, bajo la supervisión del profesor. También se propondrán trabajos prácticos que el alumno deberá desarrollar y presentar oralmente en la clase.

**EVALUACIÓN:**

La evaluación del aprendizaje del alumno se realizará teniendo en cuenta los trabajos realizados (teóricos y prácticos) y la defensa de los mismos (50% de la calificación) y los exámenes (50% restante)

**BIBLIOGRAFÍA:**

R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine y H. van der Vorst, "Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods", SIAM, 1994.

J.W. Demmel, "Applied Numerical Linear Algebra", SIAM, 1997.

C.T. Kelley, "Solving Nonlinear Equations with Newton's Method", SIAM, 2003.

Y. Saad, "Iterative Methods for Sparse Linear Systems", SIAM, 2003.

**VIDEOAPUNTES:** Si

**PLATAFORMA:** Si

**SOFTWARE:** Si



## Método de Elementos de Contorno

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad de A Coruña

**CRÉDITOS:** 3 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** María González Taboada ([maria.gonzalez.taboada@udc.es](mailto:maria.gonzalez.taboada@udc.es))

**PROFESOR 1:** María González Taboada ([maria.gonzalez.taboada@udc.es](mailto:maria.gonzalez.taboada@udc.es))

**PROFESOR 2:** Virginia Selgas Buznego ([selgasvirginia@uniovi.es](mailto:selgasvirginia@uniovi.es))

**CONTENIDOS:**

Tema 1: Métodos de elementos de contorno para resolver problemas de potencial.

- Problemas interiores y exteriores para la ecuación de Laplace.
- Solución fundamental del laplaciano.
- Fórmula de representación de una función armónica.
- Deducción de las ecuaciones integrales sobre la frontera.
- Métodos directos e indirectos. Análisis de las formulaciones variacionales.
- Discretización. Estimaciones de error a priori.
- Aspectos prácticos de la resolución numérica del problema discreto.

Tema 2: Métodos de elementos de contorno en acústica.

- Problemas de contorno interiores y exteriores en acústica (régimen armónico).
- Soluciones fundamentales.
- Fórmula de representación de Green. Potenciales de capa simple y doble.
- Ecuaciones integrales de frontera.
- Métodos directos e indirectos. Discretización e implementación.

**METODOLOGÍA:** Los contenidos teóricos se presentarán mediante lección magistral.

Además, se impartirán clases prácticas de laboratorio en las que, con ayuda del ordenador, los alumnos comprobarán el funcionamiento del método de elementos de contorno.

**EVALUACIÓN:** Para la evaluación del aprendizaje se valorarán los trabajos realizados por los alumnos.

**BIBLIOGRAFÍA:**

C.A. Brebbia, J. Domínguez, Boundary Elements. An Introductory Course, McGraw-Hill, 1992.

G. Chen, J. Zhou, Boundary Element Methods, Academic Press (London), 1992.

G. Beer, Programming the Boundary Element Method. An introduction for engineers, John Wiley & Sons, 2001.

W. Hackbusch, Integral Equations, Birkhauser (Basel), 1995.

R. Kress, Linear Integral Equations, Springer (New York), 1999. G. W. McLean, Strongly Elliptic Systems and Boundary Integral Equations, Cambridge University Press (Cambridge), 2000.

J. Saranen, G. Vainikko, Periodic Integral and Pseudodifferential Equations with Numerical Approximation, Springer (Berlin), 2002.

**VIDEOAPUNTES:** Si

**PLATAFORMA:** No

**SOFTWARE:** Si

## Ampliación de Elementos Finitos

**UNIVERSIDADES DESDE LA QUE SE IMPARTE:** Universidad de Santiago de Compostela

**CRÉDITOS:** 3 créditos ECTS

**PROFESOR/A COORDINADOR/A:** Juan Manuel Viaño Rey ([juan.viano@usc.es](mailto:juan.viano@usc.es))

**PROFESOR 1:** Jerónimo Rodríguez García ([jeronimo.rodriguez@usc.es](mailto:jeronimo.rodriguez@usc.es))

### CONTENIDOS:

1. -Aproximación abstracta de problemas elípticos: Lema de Lax-Milgran, Lema de Céa.
2. -Aproximación de problemas elípticos de orden 2 en dimensión 2 y 3 con elementos finitos de Lagrange (triángulos, tetraedros, cuadriláteros y hexaedros): descripción y construcción de los espacios de elementos finitos, elementos de referencia, funciones de base, equivalencia afín.
3. Estimación a priori del error para elementos afín equivalentes, calidad de los mallados, convergencia, familias regulares. Caso de dominios curvos.
4. Programación en ordenador del método: matrices y segundos miembros elementales, fórmulas de cuadratura, ensamblado, almacenamiento perfil, condiciones de contorno. Aplicaciones en flexión de membranas, conducción del calor, elasticidad bi y tridimensional.
5. Problemas de evolución parabólicos e hiperbólicos de orden 2 en tiempo: formulación variacional, discretización en espacio y tiempo.
6. Elementos finitos en problemas de cuarta orden: flexión de vigas elásticas, flexión de placas elásticas.
7. Introducción a los problemas mixtos: la ecuación de Stokes. Existencia y unicidad de solución del problema abstracto: la condición inf-sup.
8. Elementos finitos mixtos: resolución de la ecuación de Stokes. Estimaciones a priori. Condición inf-sup discreta.

### METODOLOGÍA:

El curso se desarrolla mediante clases de encerado apoyadas con material audiovisual. Los alumnos disponen previamente de notas elaboradas por el profesor. Los alumnos en grupos de 2/3, realizarán trabajos tutorizados sobre la resolución de distintos problemas con elementos finitos.

### EVALUACIÓN:

La evaluación se realizará mediante un examen escrito de una parte seleccionada de la materia dada y la evaluación de los trabajos hechos en grupo o individualmente. El examen escrito tiene

un valor del 50% para la nota final y los trabajos también el 50%. Para aprobar la materia es imprescindible aprobar las dos evaluaciones (esto es, 2.5 puntos o más, sobre 10, tanto en el examen como en los trabajos).

Existen dos oportunidades de examen en cada convocatoria. La nota de los trabajos será conservada de la primera para la segunda oportunidad.

### **BIBLIOGRAFÍA:**

Bibliografía básica:

Bécache, E., Ciarlet, P. J., Hazard, C., Luneville, E., La méthode des éléments finis: de la théorie a la pratique. Tome II. Compléments., Les Cours, Les Presses de l'ENSTA, Paris, 2010.

Ciarlet, P.G., Basic error estimates for elliptic problems. Handbook of Numerical Analysis. Vol . II. North Holland. 1991.

Ciarlet, P. J., Luneville, E., La méthode des éléments finis: de la théorie a la pratique. Tome I. Concepts généraux., Les Cours, Les Presses de l'ENSTA, Paris, 2009.

Krizek, M., Neittaanmaki, P., Finite element approximation of variational problems and applications. Longman Scientific&Technical, 1984.

Raviart, P.A., Thomas, J.M., Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Masson. 1983.

Viaño, J.M., Figueiredo, J., Implementação do método de elementos finitos. Notas dos autores. 2000.

Bibliografía complementaria:

Brenner, S.C., Scott, L.R., The mathematical theory of finite element methods. Springer-Verlag. 1994.

Brezzi, F., Fortin, M., Mixed and hybrid finite element methods, vol. 15 of Springer Series in Computational Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1991.

Ern, A., Guermond, J.L., Theory and Practice of finite elements. Springer-Verlag. 2004.

Girault, V., Raviart, P.A., Finite element methods for Navier-Stokes equations. Springer-Verlag. 1986.

Glowinski, R, Numerical methos for nonlinear variational problems. Springer. 1984

Pironneau, O., Finite element methods for fluids. John Wiley-Masson. 1989.

Quarteroni, A., Numerical models for differential problems. Springer-Verlag. 2009.

Quarteroni, A., Valli, A., Numerical approximation of Partial Differential Equations. Springer-Verlag. 1997.

Roberts, J.E., Thomas, J.M., Mixed and hybrid methods. Handbook of Numerical Analysis. Vol . II. North Holland. 1991.

Thomee, V., Galerkin finite element methods for parabolic problems. Springer-Verlag. 1997.

Verfurth, R., A Review of A Posteriori Error Estimation and Adaptive Mesh-refinement Technique, Wiley & Teubner, 1996.

**VIDEOAPUNTES:** Si

**PLATAFORMA:** Si

**SOFTWARE:** Si